

Вопрос: 9. Как и почему связаны в перколяционно-клеточном автомате степень перестановок, простые числа и число ручек, задающих топологию граничных условий?

Результаты вычислительных экспериментов с моделями

Одним из важных итогов этих экспериментов явилось установление эмпирического факта зависимости времени релаксации ПКА (выхода на «плато» динамического равновесия) от топологического рода граничных условий рабочего поля автомата (см. Рис.3).

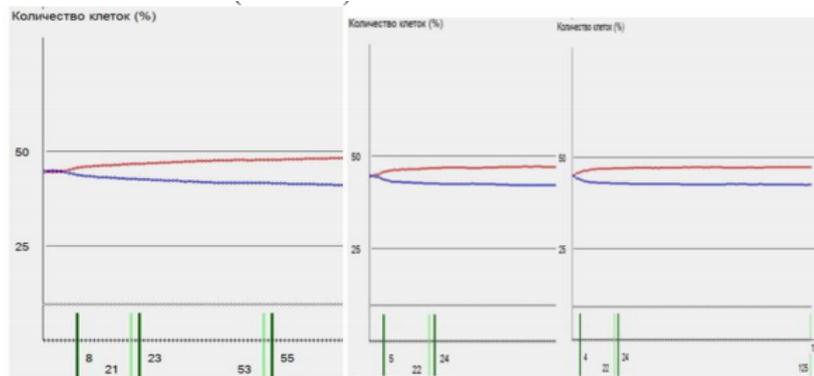


Рис.3. Зависимость времени выхода на «плато» от рода поверхности (числа «ручек») γ - с общего старта до состояния равновесия: левый рисунок – 3 ручки; средний - 5 ручек; правый рисунок – 7 ручек.

Время выхода на «плато» - τ , отображаемое на графиках в виде числа итераций, которые помечены соответственно числами 8, 5 и 4, соотносятся соответственно с числами рода поверхности $\gamma = 3, 5, 7$. Топологический род поверхности γ визуализуется в виде разбиения границы на отрезки и их связывания так, как это показано на Рис.4. Социологически это интерпретируется в виде степени связности социума.

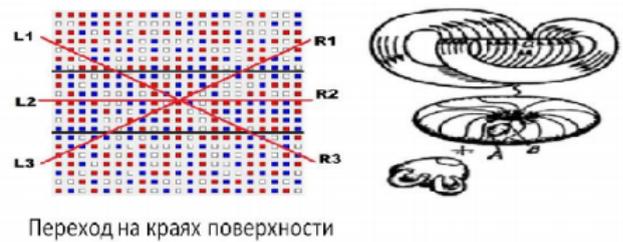


Рис.4. Перекладывание 3-х подинтервалов – преобразование пучка параллельных отрезков – как формирование всюду плотных траекторий на компактной 2-мерной поверхности рода 3 (тор, приклеенный к кренделю, - см. рисунок справа).

По существу в основе этого перекладывания лежит перестановка степени 3, которая совпадает с родом поверхности $\gamma = 3$, т.е., к примеру, 1-2-3 переходит в 3-2-1. В итоге возникает эффект перемешивания влияний цветных клеток ПКА друг на друга, при этом чем больше связность, т.е. «ручек», тем быстрее происходит перемешивание, и таким образом, быстрее осуществляется процесс усреднения. Для того, чтобы рабочее поле имело одну эргодическую компоненту, необходимую для расчёта средних величин, требуется чтобы степенями перестановок были простые числа, например, как в нашей серии вычислительных экспериментов – 3, 5 и 7. Для двумерных клеточных автоматов, в том числе таких как вышеописанный ПКА, доказано, что ПКА как двумерная динамическая система на ориентированной, замкнутой, компактной римановой поверхности имеет конечную энтропию. Это важно иметь в виду для построения оценок точности прогноза на основе последовательности конечного множества динамических графиков, часть из которых моделируется графиком переходного процесса ПКА. Т.е. в случае анализа точности построения динамических графиков ПКА ни математических ожиданий, равных бесконечности, ни отсутствия в силу этого дисперсий как для Коши-подобных распределений не ожидается.